Érvelés és elemzés –
A deduktív logika elemei

Zemplén Gábor
zemplen@filozofia.bme.hu

I. Igazolás és/vagy meggyőzés

Érvelések elemzése milyen kérdésre keres választ	Mi az igazsgág? Mi a helyes álláspont? Mi a jól védhető álláspont?	Mit tegyek / cselekedjek? Hogyan döntsek / válasszak?
Milyen cél alapján? / Mit tekint az érvelések funkciójának?	igazolás	attitűdváltozás (intenzitás-változtatás, létrehozás, megváltoztatás +/-)
Milyen területek foglalkoznak ezzel a szemponttal?	logika és informális logika, ill. egyéb argumentációelméletek	retorika (Ar.), marketing, meggyőzéspszichológia
Az érveléseket milyen szempontból vizsgálják?	erősség / érvényesség (helytállóság)	hatásosság
	normatív, kontextusfüggetlen	ált deskriptív, kontextusfüggő

Ismétlés 1: Deduktív érvelés

- Deduktív érvelés:
  A premisszák igazsága *szükségszerűen maga után vonja* a konklúzió igazságát.

  Minden magyar adócsaló.
  János magyar.
  János adócsaló.

Ismétlés 2: Érvelési forma

- A deduktív érvelés vizsgálata:
  formális logika: a következtetést formailag (a premisszák és a konklúzió közti kapcsolat formáját, a logikai szerkezetet) vizsgáljuk, az állítások tartalmától eltekintünk.
- *Minden* M *az* A.
  g *egy* M.
  g *egy* A.

Formális diszanalógia

- Ha szeretsz, megveszed ezt a bundát.
  Megveszed a bundát.
  Tehát szeretsz.
- Ha megveszed a bundát, akkor nyilván szeretsz.
  Szeretsz (mondod te).
  Megveszed a bundát.
- Az első következtetést hajlamosabbak lennénk elfogadni érvényesnek, a másodikat nem nagyon. Pedig a kettő *azonos formájú:*
  Ha *A*, akkor *B.* De *B*. Tehát *A.*
- E forma mellett lehetnek igazak a premisszák úgy, hogy a konklúzió hamis!

Formális analógia

- Ha szeretsz, megveszed ezt a bundát.
  Szeretsz.
  Tehát megveszed a bundát.
- Ha vodkát iszok három napja, rókázok.
  Vodkát iszok három napja.
  Tehát rókázok.
- Itt nem tudunk diszanalógiát mondani: minden ilyen formájú (Ha *A*, akkor *B*. De *A*. Tehát *B*.) érvelés érvényes – *Ha* a premisszák igazak, *akkor* szükségképpen igaz lesz a konklúzió.

Érvényesség *vs* helytállóság

- Ha szeretsz, megveszed ezt a bundát.
  Szeretsz.
  Tehát megveszed a bundát.
- Mi van, ha mégsem veszed meg a bundát? Rossz a következtetés? NEM: vagy az első, vagy a második premissza *hamis.*
- **Érvényes** következtetés: *ha* a premisszák igazak, *akkor* igaz a konklúzió. (De ha nem igazak, akkor semmit sem tudunk a konklúzió igazságáról.)
- **Helytálló** következtetés: érvényes, *és* igazak a premisszák → a konklúzió is biztos igaz

I. Összetett mondatok a logikában

- Bizonyos következtetések formáját a bennünk szereplő kötőszavak határozzák meg (lásd előző példák)
- Itt eltekinthetünk az elemi mondatok értelmétől: Ha *A*, akkor *B*. De *A*. Tehát *B*.
  – itt a következtetés mindig érvényes, *függetlenül* attól, hogy milyen mondatokat helyettesítünk *A* és *B* helyére
- Alapelv: a kötőszó igazságértékek viszonya

1. Negáció

- Ha *A* egy mondat, ~*A* a mondat negációja
- Pl. *A*: „Esik az eső”; ~*A*: „*Nem* esik az eső”
- Mit csinál a „nem” szócska? Igaz mondatból hamisat csinál, hamisból pedig igazat
  → tökmindegy, mit *A* értelme, mert a „~” a mondat igazságértékére hat, nem az értelmére
- Ez persze erős egyszerűsítés: a természetes nyelv „nem” szava ennél sokoldalúbb
  „Józsi nem ment el a buliba”
  „Nem Józsi ment el a buliba”
  „Józsi nem a buliba ment el”
  } ezek logikailag azonosak: ~(Józsi elment a buliba)

2. Konjunkció

- Ha *A* és *B* mondatok, *A*&*B* kettőjük konjunkciója
- Pl. *A*: „Esik az eső”; *B*: „Hideg van”
  A&*B*: „Esik az eső *és* hideg van”
- A fenti mondat csak akkor igaz, ha *A* is igaz és *B* is igaz, minden más esetben hamis
- Ez is értelemfüggetlen viszony az igazságértékek között, nem úgy, mint a természetes nyelvi „és”:
  „Fejberúgtam és hanyattesett”
  „Hanyattesett és fejberúgtam”
  } a kettő logikailag azonos, egyébiránt nem igazán
- Mindig mondatok között: „Józsi és Pisti buliba mentek”
  = „(Józsi buliba ment) & (Pisti buliba ment)”

3. Alternáció

- Ha *A* és *B* mondatok, *A*v*B* kettőjük alternációja
- Pl. *A*: „Józsi buliba ment”; *b*: „Józsi moziba ment”
  *A*v*B*: „Józsi buliba *vagy* moziba ment”
- Mi az igazságértékek közti viszony?
  - Ha egyik helyre sem ment, akkor *A*v*B* hamis
  - Ha az egyikre ment, a másikra nem, akkor *A*v*B* igaz
  - Ha mindkét helyre elment, akkor *A*v*B* legyen igaz:

    – „Mit csinálsz ma este, Józsi?”
    – „Még nem tudom, buliba vagy moziba megyek”

  → nyilván nem hazudott, ha mindkét helyre elment

(3.b Diszjunkció)

- Gizi, Józsi barátnője közbeszól:
  – „Tudod, hogy siralmasan állunk anyagilag, nem pazarolhatunk. V*agy* moziba megyünk, *vagy* buliba!”
- Ekkor is a „vagy” szót használjuk, de másképp: *A*∇*B* akkor igaz, ha *A* és *B* közül pontosan az egyik igaz, de hamis, ha mindkettő igaz, vagy (☺) ha mindkettő hamis
- Alternáció: a „vagy” megengedő használata: a két tagmondat lehet egyszerre igaz
- Diszjunkció: a „vagy” kizáró használata: a két tagmondat nem lehet egyszerre igaz

Intermezzo: A Wason-teszt

- Láttuk, hogy a *ha-akkor* mondatokkal baj van
- Ellenőrizzük a következő mondat igazságát:

„Ha egy kártya egyik oldalán a szám páros, akkor a másik oldalán a betű magánhangzó”

Melyiket *kell* megfordítani az alábbiak közül?

5 **2** **E** **C**

Egy analóg szituáció

- Ellenőrizzük a következő mondat igazságát:

„Ha valaki alkoholt iszik a kocsmában, akkor az elmúlt 18 éves”

Melyiket *kell* megfordítani az alábbiak közül?

kóla **rum** **25** **14**

- A két mondat formailag azonos, ugyanúgy kell bánni velük:

‘Ha *A*, akkor *B*’ hamis akkor, ha *A* igaz és *B* hamis:

  - Valaki alkoholt iszik *és* nem múlt el 18 éves
  - Az egyik oldalon páros a szám *és* mássalhangzó van a másik oldalon

De ha *A* hamis (nem alkoholt iszik; páratlan a szám), *vagy* ha B igaz (elmúlt 18; magánhangzó van),
akkor azok nem cáfolják a mondatot, vagyis az igaz

- Persze mi véges lények könnyebben ítélünk tartalom alapján, mint forma alapján: az ismerős szituációban biztosabban tudunk dönteni

4. Kondicionális

- Ha *A* és *B* mondatok, akkor az *A*⊃*B* kondicionálist képezik, ahol *A* az előtag és *B* az utótag
- Pl. „Ha egy szám nagyobb 4-nél, akkor az nagyobb kettőnél” – minden számra igaz
  - Pl. 5-re, melynél az előtag és az utótag is igaz
  - Pl. 3-ra, melynél az előtag hamis, az utótag igaz
  - Pl. 1-re, melynél az előtag és az utótag is hamis
  - De olyan szám nincs, amelynél az előtag igaz (nagyobb négynél), és az utótag hamis (nem nagyobb kettőnél)!
- *A*⊃*B* csak akkor hamis, ha *A* igaz és *B* hamis, minden más esetben igaz

A kondicionális ekvivalensei

- „Ha valaki alkoholt iszik, az elmúlt 18 éves" = „Nem lehet, hogy alkoholt igyon, és nincs még 18"

  $A \supset B$ = $\sim(A$ & $\sim B)$ (lásd kond. igazságfeltételei)
- „Ha elhanyagolod a tanulást, akkor megbuksz" = „Ne hanyagold el a tanulást, vagy megbuksz"

  $A \supset B$ = $\sim A \vee B$
- A természetes nyelvben rengetegféleképpen ki lehet még fejezni (feltéve, amennyiben, ugyanis), de sokszor nem egyértelmű, hogy erről van-e szó

(4.b Bikondicionális)

- Persze a természetes nyelvben többféleképpen érthetjük a ha-akkor kapcsolatot, pl.:

  „Ha kérsz csokit, adok"
  - „Nem igaz, hogy kérsz csokit, és én nem adok"
    $\sim(K$ & $\sim$A) = $K \supset A$
  - „De az sem igaz, hogy nem kérsz, és én adok"
    $\sim(A$ & $\sim$K) = $A \supset K$
- Valójában „Akkor és csak akkor adok, ha kérsz" $\rightarrow$ akkor igaz, ha mindkét tagmondat igaz, *vagy* mindkét tagmondat hamis – hamis, ha az egyik igaz, a másik hamis

Ennyi legyen elég…

- Nem minden kötőszóra igaz, hogy a tagmondatok igazságértéke meghatározza az összetett mondat igazságértékét, *függetlenül* az értelemtől
- Pl. „Megbuktam a ZH-n, *mert* nem tanultam"
  $\rightarrow$ igaz az eleje, igaz a vége, és igaz az egész mondat is
  De: „Megbuktam a ZH-n, mert 2+2=4"
  $\rightarrow$ igaz az eleje, igaz a vége, de nem igaz az összetett
- A legtöbb esetben a tartalom is számít, és ilyenkor nem tudunk formális logikai eszközökkel megfelelő rekonstrukciót adni
- De néha tudunk $\rightarrow$ ezzel foglalkozunk most

II. Érvelések összetételekkel

- Mivel ezekben a szituációkban a forma számít, nem a tartalom, érvényes érvelési formákat tudunk megállapítani
- Csak az összetételek módján múlik az érvényesség: *ha* a premisszák igazak, *akkor* a konklúzió is igaz
- Könnyen kiszűrhetők a formailag hibás következtetések

1. Kontrapozíció

Ha részeg vagyok, hülyeségeket beszélek

Ha nem beszélek hülyeségeket, nem vagyok részeg”

- Hiszen $R \supset H = {\sim}R \vee H$
  valamint ${\sim}H \supset {\sim}R = {\sim}{\sim}H \vee {\sim}R$
  de nyilván ${\sim}{\sim}H = H$
  tehát $R \supset H = {\sim}H \supset {\sim}R$
- Mivel a két mondat logikailag ekvivalens, ha az egyik igaz, a másik is igaz, és fordítva:
  ez a következtetés oda-vissza működik!

- Konverziós hiba:

  Ha részeg vagyok, hülyeségeket beszélek
  Ha hülyeségeket beszélek, részeg vagyok

  Hiszen más helyzetben is beszélhetek hülyeséget:
  $R \supset H \nLeftarrow H \supset R$ (a kondicionális nem bikondicionális!)
- Kontrapozíciós hiba:

  Ha részeg vagyok, hülyeségeket beszélek
  Ha nem vagyok részeg, nem beszélek hülyeséget

  Hiszen mástól is beszélhetek hülyeségeket:
  $R \supset H \nLeftarrow {\sim}R \supset {\sim}H$
- Lásd: *szükséges* és *elégséges* feltételek különbsége
  $({\sim}A \supset {\sim}B)$ $(A \supset B)$

2. Modus ponens

Ha részeg vagyok, hülyeségeket beszélek.
Részeg vagyok.
Hülyeségeket beszélek.

- A legalapvetőbb következtetés formális logikában
  $A \supset B , A \Rightarrow B$
- Modus ponens **hiba** (az utótag állítása):

Ha részeg vagyok, hülyeségeket beszélek.
Hülyeségeket beszélek.
Részeg vagyok.

$(A \supset B , B \Rightarrow A)$

3. Modus tollens

Ha részeg vagyok, hülyeségeket beszélek.
Nem beszélek hülyeségeket.
Nem vagyok részeg.

$(A \supset B , {\sim}B \Rightarrow {\sim}A)$

- Modus tollens **hiba** (az előtag tagadása):

Ha részeg vagyok, hülyeségeket beszélek.
Nem vagyok részeg.
Nem beszélek hülyeségeket.

$(A \supset B , {\sim}A \Rightarrow {\sim}B)$

- Ezek nem hibák, ha a „ha-akkor” bikondicionálist fejez ki!

4. Diszjunktív szillogizmus

Ma moziba megyek vagy berúgok.
Nem megyek moziba.
Berúgok.

(A v B, ~$A \Rightarrow B$)

- Hibás diszjunktív szillogizmus:

Ma moziba megyek vagy berúgok.
Moziba megyek.
Nem rúgok be.

(A v B, $A \Rightarrow$ ~B)

- Nem hiba, ha a „vagy” diszjunkciót fejez ki, nem alternációt

5. Hipotetikus szillogizmus

Ha randizok, ideges vagyok.
Ha ideges vagyok, idétlenül vihogok.
Ha randizok, idétlenül vihogok.

($A \supset B$, $B \supset C \Rightarrow A \supset C$)

- Ez így magában egyszerű, de ha keveredik kontraponált állításokkal, nehezebb követni $\rightarrow$ figyelni kell, ne keveredjen bele konverziós vagy kontrapozíciós hiba

6. Konstruktív dilemma

A félév végén vagy zh-t írtok, vagy beadandót.
Ha zh-t írtok, napokig kell magolni az anyagot.
Ha beadandót írtok, napokig újságot kell bújni.
A napok magolással vagy újságbújással fognak telni.

(A v B, $A \supset C$, $B \supset D \Rightarrow C$ v D)

- Itt már mind a kondicionális, mind az alternáció lehetséges hibáit figyelembe kell venni!

- Természetesen (végtelen) sok következtetési séma lehetséges még itt, de talán ezek a leggyakoribbak

III. Tulajdonságok terjedelmei

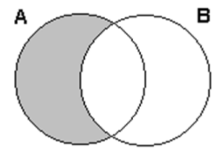
- Vannak formálisan érvényes következtetések, ahol nem a kötőszavak garantálják a formát
- Pl.
  Minden egyetemista okos.
  Egyetlen elítélt bűnöző sem okos.
  Egyetlen elítélt bűnöző sem egyetemista.
- Ilyenekkel foglalkozott Arisztotelész, az első következtetéselmélet megalkotója
- Ma egy tágabb logikai rendszer keretei között szokás tárgyalni, de ettől eltekintünk

Szillogizmusok

- Szillogizmus (Arisztotelész): olyan következtetés, amely:
  - két premisszával rendelkezik
  - mindkét premissza és a konklúzió formája:
    - „Minden *A* az *B*" ; vagy
    - „Egyetlen *A* sem *B*" ; vagy
    - „Van olyan *A*, amelyik *B*" ; vagy
    - „Van olyan *A*, amelyik nem *B*"
  - a két premisszában egy tulajdonság („*A*", „*B*") közös, a másik eltérő – ez utóbbi kettő jelenik meg a konklúzióban

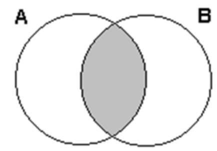
Mondatok Venn-diagrammon – 1.

A „Minden *A* az *B*" azt jelenti, hogy „Nincs olyan *A*, ami nem *B*"



Pl. „Minden egyetemista okos" → az egyetemisták halmazának az okosok halmazán kívüli része üres

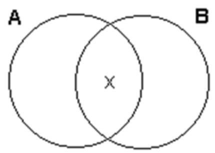
Az „Egyetlen *A* sem *B*" azt jelenti, hogy „Nincs olyan *A*, ami *B*"



Pl. „Egyetlen rendőr sem okos" → a rendőrök halmazának és az okosok halmazának üres a metszete

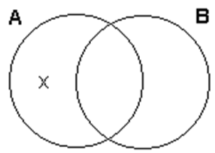
Mondatok Venn-diagrammon – 2.

A „Van olyan *A*, amelyik *B*" azt jelenti, hogy



Pl. „Vannak okos rendőrök" → a rendőrök halmazának és az okosok halmazának nem üres a metszete

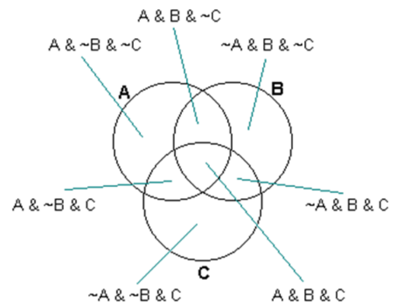
„ Van olyan *A*, amelyik nem *B*" azt jelenti, hogy



Pl. „Van egyetemista, aki nem okos" → az egyetemisták halmazának az okosok halmazán kívüli része nem üres

Következtetés Venn-diagrammon

1. A három tulajdonság lehetséges terjedelmét átfedő körökkel reprezentáljuk



2. Ábrázoljuk külön-külön a két premisszát
3. Leolvassuk, helyes-e a konklúzió

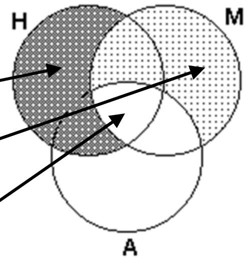
Példa – 1.

- Minden holló madár
  Minden madár állat
  Minden holló állat

első premissza

második premissza

Konklúzió: csak olyan helyen vannak hollók, ahol állatok vannak



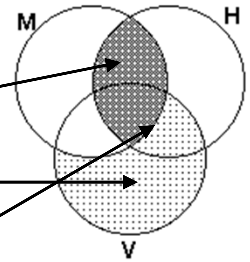
Példa – 2.

- Egyetlen méhész sem horgász
  Minden vadász méhész
  Egyetlen horgász sem vadász

első premissza

második premissza

Konklúzió: a horgászok és a vadászok metszete üres



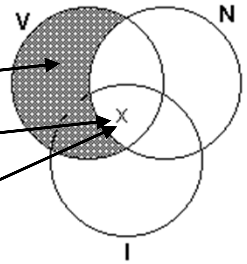
Példa – 3.

- Minden vizsga nehéz
  Vannak írásbeli vizsgák
  Van olyan írásbeli, ami nehéz

első premissza

második premissza

Konklúzió: a nehéz dolgok és az írásbeli dolgok metszete nem üres



- Tanulság: érdemes az ürességet kifejező premisszával kezdeni, különben a másik ábrázolása nem egyértelmű

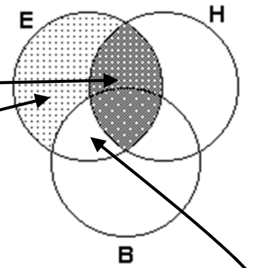
Példa – 4.

- Egyetlen ember sem halhatatlan
  Minden ember bűnös
  Van bűnös, aki nem halhatatlan

első premissza

második premissza

Konklúzió: látunk itt létezésre utaló jelet??? $\rightarrow$ nem érvényes!



- Tanulság: attól még, hogy valamit nem találtunk üresnek, nem biztos, hogy van ott valami. DE: ha vannak emberek, akkor már érvényes!!! (De ez egy extra premissza lenne)

Ajánlott elemzési sorrend

1. Szöveg elolvasása / megértése / gondolatmenet átlátása
2. Konklúzió megtalálása /rekonstrukciója
3. Premisszák feltárása /rekonstrukciója
4. A mondatok átfogalmazása: kiemelni az érvelés szempontjából lényeges infókat
5. Explicitté tesszük a szöveg implicit konklúzióit és premisszáit
   – Implicit elemeknél az **elégséges**, **plauzibilis**, de **legkisebb elköteleződés** megtalálása
6. Érvelésszerkezet rekonstrukciója
   1. Rekonstruáljuk a részérvelések premissza-konklúzió szerkezetét
   2. A részérveléseket felhasználva felépítjük a gondolatmenet egészét
7. Érvelés értékelése
   1. Erősség szempontjából (következik-e a P-kból a K) Gy / E / ?
   2. Igazság szempontjából (igazak-e a P-k) I / H / ?
8. Ellenőrzés

A „maximálisan argumentatív” olvasat

- Az implicit elemek feltárása során
  - először a „logikai minimum” rögzítése a cél
    - (minden nem önellentmondó érvelés logikailag érvényessé tehető)
  - majd a „pragmatikai optimum” megtalálása
    - a számos logikai lehetőség közül.
  - Ez a helyzetből adódó **elégséges** és **plauzibilis** (esetleg egy vita más pontján már ki is mondott) **legkisebb** elköteleződés megtalálását jelenti.

HF

- HF: Gyakorlásként ZH-hoz: adj Venn-diagrammos elemzést egy szillogisztikus érvelésről (részletezve és értékelve a lépéseket) VAGY két érvelésre találj PONTOS formális analógiát
- HF: netes anyag **4.1** és **4.2** fejezet (http://www.uni-miskolc.hu/~bolantro/informalis/tartalom.html) (aki meri, annak 4.3 is, 4.1.3 és 4.3.4 módjával)
- **Javasolt: MT formális logika rész** (ez sokkal több, de „élőbb” példákkal.